

Vježbe IV

Prekidačke mreže

1. Napisati funkciju $F(A,B,C,D)=\overline{A}\overline{B}+\overline{A}C\overline{D}$ u obliku zbira potpunih proizvoda.

Potpuni logički proizvod je proizvod u kome se pojavljuju sve nezavisno promjenljive tačno po 1 put.

	A	B	C	D	F
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

$$F(A,B,C,D)=\overline{A}\overline{B}+\overline{A}C\overline{D} = \overline{A}\overline{B}(CD+\overline{C}D+\overline{C}\overline{D}+C\overline{D})+\overline{A}C\overline{D}(B+\overline{B})= \\ =\overline{A}\overline{B}CD+\overline{A}\overline{B}\overline{C}D+\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}+\overline{A}\overline{B}C\overline{D}+\overline{A}BC\overline{D}+\overline{A}B\overline{C}\overline{D}$$

$$F(A,B,C,D)=\sum(0, 1, 2, 3, 6) \text{ (zbir indeksa)}$$

2. Dokazati jednakost sume potpunih proizvoda i proizvoda potpunih suma za funkciju $F(A,B,C)=\sum(0, 2, 4, 5, 7)$.

	A	B	C	F
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

$$F_p = \overline{A}\overline{B}\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}BC+\overline{A}BC+\overline{A}BC+\overline{A}BC+\overline{A}BC+\overline{A}BC= \\ = \overline{A}\overline{C}(\overline{B}+B)+\overline{A}\overline{B}\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}BC+\overline{A}BC=$$

$$= \overline{A}\overline{C}+\overline{A}\overline{B}(C+\overline{C})+\overline{A}C(B+\overline{B})=\overline{A}\overline{C}+\overline{A}\overline{B}+AC$$

$$F_s=(A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)=(A+A\overline{B}+A\overline{C}+A\overline{B}\overline{C}+AB+\overline{B}\overline{C}+B\overline{C}+A\overline{C}+\overline{B}\overline{C}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)=$$

$$=(A(1+\overline{B}+\overline{C}+B)+\overline{C}(B+\overline{B}+1))(\overline{A}+\overline{B}+C)=(A+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)=A\overline{A}+A\overline{B}+AC+\overline{A}\overline{C}+\overline{B}\overline{C}+\overline{C}C=$$

$$=A\overline{B}+AC+\overline{A}\overline{C}+\overline{B}\overline{C}(A+\overline{A})=A\overline{B}+AC+\overline{A}\overline{C}+\overline{A}\overline{B}\overline{C}+\overline{A}\overline{B}\overline{C}=A\overline{B}(1+\overline{C})+\overline{A}\overline{C}(1+\overline{B})+AC=A\overline{B}+\overline{A}\overline{C}+AC$$

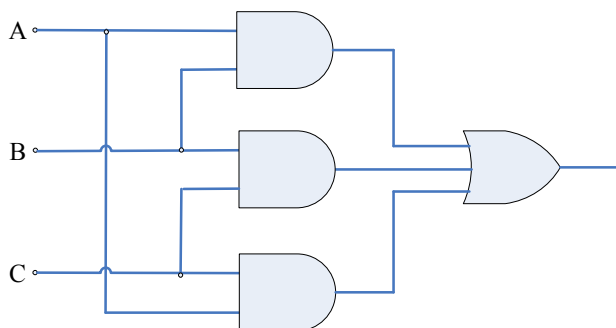
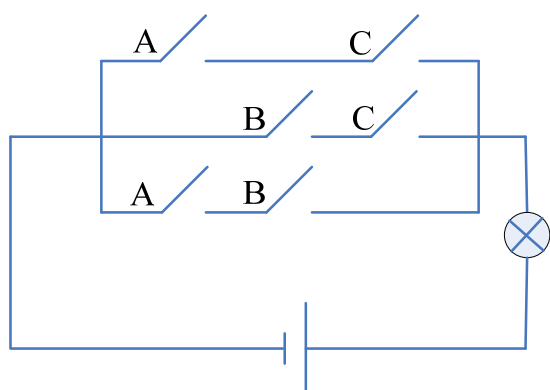
3. Tri člana komisije glasaju pritiskom na taster. Odluka se donosi većinom glasova.

a) Projektovati prekidačku mrežu koja realizuje ovu funkciju paleći sijalicu kad se odluka donese.

b) Projektovati mrežu za realizaciju ove funkcije koristeći logička kola.

	A	B	C	F
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

$$\begin{aligned}
 F(A, B, C) &= \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC = \\
 &= BC(A + \bar{A}) + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC = \\
 &= BC + AC(B + \bar{B}) + AB(C + \bar{C}) = BC + AC + AB
 \end{aligned}$$



Karnoove mape

Pravila rješavanja Karnoove mape:

1. Grupišu se ili jedinice ili 0 – NE kombinovano!
2. Grupe moraju biti pravougaone – dijagonalno grupisanje nije dozvoljeno.
3. Broj jedinica (nula) u grupi mora biti stepen dvojke. Najmanja grupa obuhvata jednu (2^0) jedinicu (nulu), a zatim slijede grupe od dvije (2^1), četiri (2^2), osam (2^3)...jedinica (nula).
4. Grupe moraju biti što je moguće veće.
5. Grupe se mogu preklapati. Ukoliko se preklapaju, svaka grupa mora imati BAR jednu jedinicu (nulu) koja pripada samo njoj.
6. Karnoova mapa se nastavlja s lijeva na desno (i obratno) i odozgo na dolje (i obratno), što se može koristiti prilikom formiranja grupa.
7. Koristi se što je najmanje moguće grupa.
8. Promjenljiva X u mapi se može tretirati ili kao 1 ili kao 0, u zavisnosti od potrebe i koristiti u formiranju što većih grupa. Ukoliko nam nije potrebna, promjenljivu X ostavljamo negrupisanu.

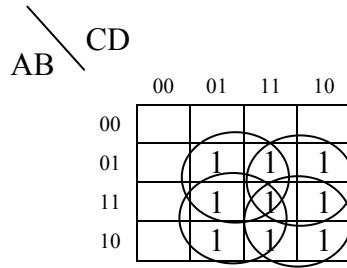
Za prethodni zadatak Karnoova mapa je oblika:

A \ BC	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

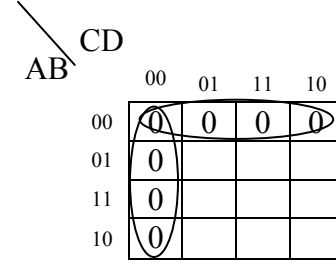
$$F(A, B, C) = BC + AC + AB$$

4. Data je funkcija $F(A, B, C, D) = \sum(5, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 14, 15)$. Ispitati da li je forma ove funkcije sa zbirom proizvoda (disjunktna forma) ili sa proizvodom zbirova (konjunktna forma) jednostavnija za realizaciju.

	A	B	C	D	F
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1



$F_p = BD + BC + AD + AC$
Disjunktna forma



$F_s = (A+B)(C+D)$
Konjunktna forma

→ Za realizaciju je jednostavnija konjunktna forma

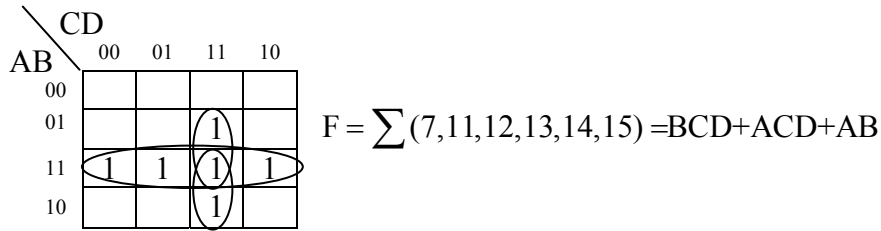
5. Četiri pacijenta A, B, C, D mogu da pozivaju dvije dežurne bolničke sestre S1 i S2. Svaka od sestara može da odgovori na bilo koji poziv, ali pacijenti A i B ne žele usluge sestere S1. Odrediti funkciju mreže koja aktivira alarm dežurnom ljekaru u slučaju kada sestre nijesu u mogućnosti da odgovore na poziv.

	A	B	C	D	F
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

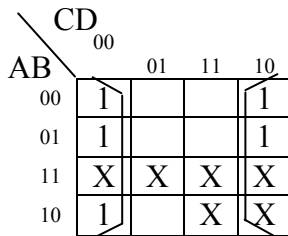
Tabela za zadatak 5:

	A	B	C	D	F
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	X
11	1	0	1	1	X
12	1	1	0	0	X
13	1	1	0	1	X
14	1	1	1	0	X
15	1	1	1	1	X

Tabela za zadatak 6:



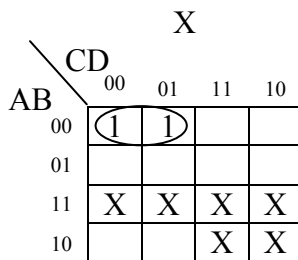
6. Projektovati logičku mrežu koja će signalizirati pojavu dekadne cifre (u BCD kodu) djeljive sa 2.



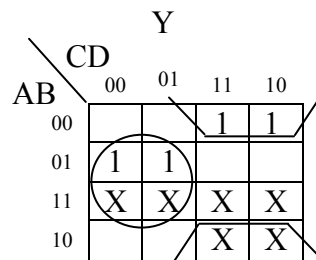
$$F = \bar{D}$$

7. Projektovati kombinaciono kolo koje generiše komplement devetke BCD cifre.

	A	B	C	D	X	Y	Z	W
0	0	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0
2	0	0	1	0	0	1	1	1
3	0	0	1	1	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0	1	0	1
5	0	1	0	1	0	1	0	0
6	0	1	1	0	0	0	1	1
7	0	1	1	1	0	0	1	0
8	1	0	0	0	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0	0	0	0



$$X = \bar{A}\bar{B}\bar{C}$$

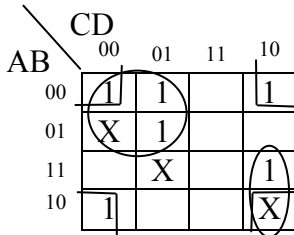


$$Y = \bar{B}\bar{C} + \bar{B}C = B \oplus C$$

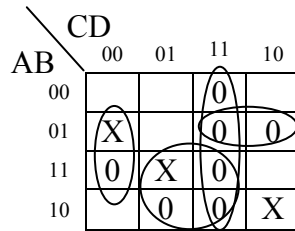
Upoređivanjem kolona C i Z uočavamo da je $Z=C$. Upoređivanjem kolona D i W uočavamo da je $W=\bar{D}$.

8. Zadata je Bulova funkcija $F(A,B,C,D) = \sum(0, 1, 2, 5, 8, 14) + X(4, 10, 13)$. Sa indexima uz X su označeni slogovi na kojima funkcija može imati proizvoljnu vrijednost.

- a) Odrediti minimalni izraz za funkciju sa zbirom proizvoda.
 b) Odrediti minimalni izraz za funkciju sa proizvodom zbirova.



$$F_p = \overline{A}\overline{C} + \overline{B}\overline{D} + A\overline{C}\overline{D}$$

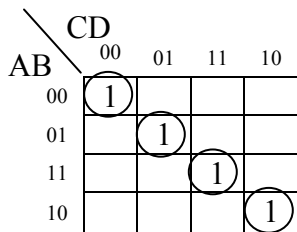


$$F_s = (\overline{A} + \overline{D})(\overline{C} + \overline{D})(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{B} + C + D)$$

9. Projektovati dvobitni komparator koji je u mogućnosti da vrši operacije =, <, >.

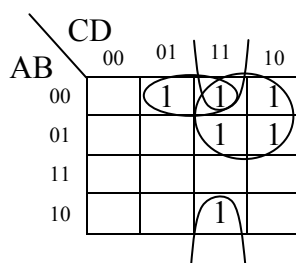
	A	B	C	D	F1(=)	F2(<)	F2(>)
0	0	0	0	0	1	0	0
1			0	1	0	1	0
2			1	0	0	1	0
3			1	1	0	1	0
4	0	1	0	0	0	0	1
5			0	1	1	0	0
6			1	0	0	1	0
7			1	1	0	1	0
8	1	0	0	0	0	0	1
9			0	1	0	0	1
10			1	0	1	0	0
11			1	1	0	1	0
12	1	1	0	0	0	0	1
13			0	1	0	0	1
14			1	0	0	0	1
15			1	1	1	0	0

F1:



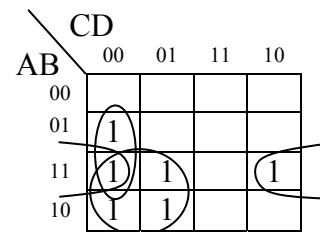
$$F1 = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + A\overline{B}CD + A\overline{B}\overline{C}D$$

F2:



$$F2 = \overline{A}\overline{C} + \overline{A}BD + \overline{B}CD$$

F3:



$$F3 = \overline{A}\overline{C} + \overline{B}\overline{C}D + ABD$$